

التمرين 1:

نعتبر دالة عدديّة f معرفة على D_f و دالة عدديّة g معرفة على D_g بحيث: $D_g \subset R$ و $D_f \subset R$ و $\phi \neq f$ و $\phi \neq g$ و $(\forall x \in D_g) : -x \in D_f$ و $(\forall x \in D_f) : -x \in D_g$.

$$i(x) = \frac{1}{2}(f(x) - f(-x)) \text{ و } p(x) = \frac{1}{2}(f(x) + f(-x)) : D_f \text{ و } D_g$$

1. نضع لكل x من D_f : $i(x) = \frac{1}{2}(f(x) - f(-x))$ و $p(x) = \frac{1}{2}(f(x) + f(-x))$.

1.1. حدد زوجيّة الدالتيّن i و p .

1.2. استنتج أن f هي مجموع دالة زوجيّة و أخرى فردية.

2. نفترض أن $\phi \neq f \cap D_g$.

2.1. نعتبر عددين حقيقيين α و β . حدد زوجيّة الدالة $\alpha.f + \beta.g$ علماً أن f و g لهما نفس الزوجيّة.

$$2.2. \text{ أدرس زوجيّة الدالتيّن } fg \text{ و } \frac{f}{g} \text{ بحسب زوجيّة } f \text{ و } g.$$

3. نفترض أن $\phi \neq f(D_f) \cap D_g$. حدد زوجيّة gof في كل من الحالات التالية:

3.1. f زوجيّة.

3.2. f و g فرديتان.

3.3. f فردية و g زوجيّة.

التمرين 2:

نعتبر f دالة عدديّة معرفة على مجال I نحو مجال J .

نفترض أن f دالة رتيبة قطعاً على I و أن $J = f(I)$.

1. بين أن f تطبيق تقابلٍ من المجال I نحو المجال J .

2. بين أنه إذا كان $J \in 0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيداً في المجال I .

3. استنتج أنه إذا كان a و b من I بحيث $a < b$ فإن المعادلة $f(a).f(b) = 0$ تقبل حلًا وحيداً في المجال I .

4. بين أن المعادلة $x^3 + x - 1 = 0$ تقبل حلًا وحيداً في المجال $[0;1]$.

التمرين 3:

نعتبر ثلاثة نقاط غير مستقيمية A و B و C .

1. لتكن E مرجح النقطة المترنة $\{(A;-1), (B;1), (C;1)\}$. بين أن $ABEC$ متوازي الأضلاع.

2. لتكن F مماثلة E بالنسبة لـ B . بين أن F مرجح للنقط A و B و C محدداً أو زانها.

3. لتكن G تقاطع المستقيمين (AF) و (CE) . بين أن $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AB}$ وأن A منتصف $[FG]$.

4. اتمِ الشكل الهندسي.

